

# 2025 年度国家自然科学基金数学天元基金

## “天元数学前沿重点专项” 项目申请指南

为充分发挥数学研究对原始创新的源头供给与引领作用，数学天元基金设立“天元数学前沿重点专项”项目。该重点专项面向国际学术前沿，聚焦数学领域的重大基础性问题开展系统性研究，旨在培育并稳定支持一批勇于挑战科学前沿、甘于长期潜心探索的科研团队。

### 一、科学目标

本重点专项围绕  $p$  进  $L$  函数与相对朗兰兹纲领，有理连通簇的几何与算术性质，极小子流形的存在性与刚性，谱序列的机械化计算及其应用，流形上拉普拉斯算子的谱问题，量子场论的概率方法，薛定谔算子的安德森局域化理论，动力系统中的 Lyapunov 指数，障碍型自由边界问题，波动方程的孤子猜想以及图论代数方法的前沿研究等方向支持若干科研团队开展系统深入的研究，以期取得引领国际学术前沿的重大成果。

### 二、资助研究内容

本重点专项拟资助以下研究方向：

#### 1、 $p$ 进 $L$ 函数与相对朗兰兹纲领

$L$  函数特殊值及其  $p$  进版本的算术研究，是现代数论和表示论的核心课题，它与高维的 BSD 猜想、岩泽主猜想等重大问题密切相关。发展  $p$  进  $L$  函数的算术研究，特别是在相对朗兰兹纲领的框架下发展系统的构造方法和研究工具，并深入探讨  $p$  进  $L$  函数在数论上的应用。核心科学问题包括如下：

- (1) 在相对朗兰兹纲领的框架下发展  $p$  进周期积分和  $p$  进  $L$  函数的系统构造方法；
- (2) 验证  $L$  函数的 Deligne 猜想和  $p$  进修正因子的 Coates-Perrin-Riou 猜想；
- (3) 研究对  $p$  进  $L$  函数的例外零点猜想、岩泽主猜想等问题的应用。

#### 2、有理连通簇的几何与算术性质

有理连通簇作为构成所有代数簇的三大基本代数簇之一，其几何与算术性质的协同研究是代数几何与数论领域的核心问题。研究有理连通簇的几何与算术性质，系统探究其核心结构与内在联系。核心科学问题包括如下：

- (1) 有理连通簇的双有理几何性质，如非分歧上同调、Kato 同调等双有理不变量，以及这些不变量在代数几何与算术几何中的应用；
- (2) 有理连通簇上曲线的模空间的各种几何与拓扑性质以及算术应用；
- (3) 发展高阶有理连通簇的理论以及算术应用。

### 3、极小子流形的存在性与刚性

极小曲面是几何中经典的研究对象，与调和映照、平均曲率流、正数量曲率、数学物理等密不可分，对其它方向如分析、偏微分方程影响深远。研究极小曲面的存在性及刚性。核心科学问题包括如下：

- (1) 极小极大理论中体积谱相关问题（如极小曲面分布，体积谱的刚性）；
- (2) 哈密顿稳态拉格朗日子流形的正则性、存在性和刚性，以及预定拓扑的极小曲面的存在性；
- (3) 三维实心球体中极小曲面（如自由边界环面、稳定带毛细边界极小曲面）的刚性问题。

### 4、谱序列的机械化计算及其应用

代数拓扑等领域的许多新进展依赖于复杂谱序列的计算，因此，谱序列的机械化计算将对相关数学分支的发展带来巨大的推动作用。开发一款通用的谱序列计算软件系统，以克服现有工具仅能处理有限域  $F_2$  上谱序列的局限，并将其用于谱序列相关重要问题的研究。核心科学问题包括如下：

- (1) 构建一个能处理基于整数环、局部环或奇素数阶有限域的谱序列计算软件系统,能够高效支持 Adams-Novikov 谱序列、等变 Slice 谱序列、Serre 谱序列等重要谱序列的计算;
- (2) 发展新的谱序列计算理论,将已知的计算方法集成进谱序列计算软件;
- (3) 使用谱序列软件进行同伦群、(广义)上同调等代数不变量相关重要问题的研究。

## 5、流形上拉普拉斯算子的谱问题

拉普拉斯算子的谱在几何分析、调和分析、数学物理等多个领域中扮演着核心角色。研究拉普拉斯算子特征函数的各类定量性质,特别是利用现代调和分析工具深入探讨流形几何与谱性质之间的关系。核心科学问题包括如下:

- (1) 变系数 Mizohata–Takeuchi 猜想所预言的 Kakeya–Nikodym 型特征函数估计;
- (2) 特征函数在一般子流形上的限制性  $L_p$  估计与 Kuznecov 公式余项提升;
- (3) 特征函数在分形集上的最佳限制性  $L_p$  估计。

## 6、量子场论的概率方法

随机分析与随机几何领域的重大进展为量子场论引入了强有力的概率工具。然而量子场论的数学基础尚未完善,其中非微扰理论存在重大挑战。利用概率方法研究量子场论重要课题并推动其与数学各领域的深度交叉。核心科学问题包括如下:

- (1) 量子规范场论的构造和性质;
- (2) 二维共形场论的概率实现及其与统计物理的关系,三维及以上统计物理模型和量子场论的关系;
- (3) 随机量子化方法的统一理论,以及源于量子场论的重要几何问题,如体积猜想等。

## 7、薛定谔算子的安德森局域化理论

在导体内加入随机杂质，会导致导电状态到绝缘状态的转变，该现象称为安德森局域化。研究随机薛定谔算子、拟周期薛定谔算子的安德森局域化和非局域化。核心科学问题包括如下：

- (1) 随机薛定谔算子的迁移率边；
- (2) 拟周期算子的局域化与非局域化；
- (3) 广义薛定谔算子的局域化与迁移率边。

## 8、动力系统中的 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数是刻画动力系统稳定性和复杂性的核心不变量。聚焦动力系统 Lyapunov 指数与全局动力学之间的联系，研究 Lyapunov 指数的正则性和非退化性对动力系统光滑分类，轨道极限分布等核心问题的影响。核心科学问题包括如下：

- (1) 环面光滑作用的 Lyapunov 指数刚性与测度分类问题；
- (2) 部分双曲系统 Lyapunov 指数的连续性与 Viana 猜测；
- (3) 曲面微分同胚随机作用的 Lyapunov 指数连续性。

## 9、障碍型自由边界问题

障碍型自由边界问题是偏微分方程与几何分析交叉领域的核心课题之一。研究障碍型问题中解与自由边界的正则性、整体解分类与几何结构，重点推动一般形式算子、多项式密度与对数奇性模型中的理论发展。核心科学问题包括如下：

- (1) 一般形式偏微分方程(组)障碍问题中解与自由边界的正则性；
- (2) 多项式密度障碍问题的整体解分类；
- (3) 对数奇性障碍问题的自由边界结构。

## 10、波动方程的孤子猜想

孤子猜想是色散方程领域中的一个重要公开问题。该猜想断言，当色散系统经过足够长时间的演化后，其解可以近似地写成一系列相对独立的孤子解与一个辐射解之和。研究孤子猜想及其相关问题。核心科学问题包括如下：

- (1) 开发新的理论工具，更加深刻地揭示波动演化的规律；
- (2) 将能量通道等理论方法从径向情形推广到一般情形；
- (3) 根据渐近性质对相应波动方程的解进行精细的分类。

## 11、图论代数方法的前沿研究

探索从代数图论、代数拓扑等领域中引入工具研究组合图论。完善和发展组合零点定理、实稳定多项式理论在图论证明中的运用，揭示图的结构拓扑不变量信息。核心科学问题包括如下：

- (1) 研究 Permanent 猜想或其弱化版本；
- (2) 研究组合零点定理问题和随机图问题；
- (3) 研究 Kalai-Meshulam 猜想并推广到贝蒂数更高的情形。

## 三、资助计划

2025 年拟资助项目不超过 8 项，平均资助强度为 150 万元/项左右。申请书中的研究期限应填写为：**2026 年 1 月 1 日至 2027 年 12 月 31 日**。

## 四、申请要求及注意事项

### (一) 申请条件

本重点专项项目申请人应当具备以下条件：

- 1、具有承担基础研究课题的经历；
- 2、具有高级专业技术职务（职称）。

在站博士后研究人员、正在攻读研究生学位以及无工作单位或者所在单位不是依托单位的人员不得作为申请人进行申请。

## （二）限项申请规定

1、本重点专项项目不计入高级专业技术职务（职称）人员申请和承担总数 2 项的范围；

2、申请人和参与者只能申请或参与申请上述 11 个研究方向之一的项目。

## （三）申请注意事项

1、本重点专项项目申请接收时间为 **2025 年 10 月 10 日-2025 年 10 月 16 日 16 时**。请申请人登录科学基金网络信息系统 <https://grants.nsf.gov.cn/>（没有系统账号的申请人请向依托单位基金管理联系人申请开户）撰写申请书。项目合作研究单位数量不得超过 2 个。

2、申请人在填报申请书前，应当认真阅读本项目指南和《2025 年度国家自然科学基金项目指南》中申请须知的相关内容，不符合项目指南相关要求的申请项目将不予受理。

3、申请人应根据项目指南公布的资助研究方向和提出的核心科学问题，自行拟定项目名称、科学目标、研究内容、关键科学问题和技术路线等。

申请书资助项目类别选择“数学天元基金项目”，亚类说明选择“数学天元基金”，附注说明选择“天元数学前沿重点专项项目”。申请书正文的最前面须标明所选研究方向的序号及标题（按照上述 11 个拟资助研究方向填写）。所有项目申请代码 1 均应选择数学学科申请代码（A01-A06 及下属申请代码）。以上选择不准确或未选择的项目申请将不予受理。

4、数学天元基金项目无间接费用，申请经费为直接费用。申请人应根据《国家自然科学基金资助项目资金管理办法》的有关规定，以及《国家自然科学基金项目资金预算表编制说明》的具体要求，按照“目标相关性、政策相符性、经济合理性”的基本原则，认真编制《国家自然科学基金项目资金预算表》。

5、申请人完成申请书撰写后，在线提交电子申请书及附件材料。申请材料中所需的附件材料（有关证明材料、审批文件和其他特别要求提交的纸质材料原件），全部以电子扫描件上传。

6、依托单位应对本单位申请人所提交申请材料的真实性、完整性和合规性进行审核；对申请人申报预算的目标相关性、政策相符性和经济合理性进行审核。具体要求如下：

依托单位应在项目接收工作截止时间前（**2025年10月16日16时**）通过信息系统逐项确认提交本单位电子申请书及附件材料，无需报送纸质申请书。项目获批准后，将申请书的纸质签字盖章页装订在《资助项目计划书》最后，一并提交。签字盖章的信息应与信息系统中的电子申请书严格保持一致。

## **五、联系方式**

1、填报过程中遇到的技术问题，可联系国家自然科学基金委员会信息中心协助解决，联系电话：010-62317474。

2、其他问题，可咨询国家自然科学基金委员会数学物理科学部数学科学处：

电 话：010-62329713

邮 箱：wangxh@nsfc.gov.cn